ROBOTICA ROU31OR

GRUPO 9F1A

RESPUESTAS

1. ¿Qué es un sistema de coordenadas?

   Un sistema de coordenadas es un conjunto de los valores independientes que permiten identificar de manera inequívoca la posición de un punto en un espacio euclídeo (un tipo de espacio geométrico). El sistema de valores independientes debe de formar una base.

   Las matrices de transformación entre los diferentes sistemas de coordenadas cumplen todas las propiedades algebraicas para transformaciones ortonormales, a saber:

   1) La matriz de transformación directa es simplemente la transpuesta de la matriz de transformación inversa.
   2) El determinante de la matriz de transformación es unitario

2. ¿Qué es un sistema de coordenadas rectangulares?

   Las coordenadas cartesianas o coordenadas rectangulares son un tipo de coordenadas ortogonales usadas en espacios euclídeos, para la representación gráfica de una función, en geometría analítica, o del movimiento o posición en física, caracterizadas porque usa como referencia ejes ortogonales entre sí que se cortan en un punto origen.

3. ¿Qué es un sistema de coordenadas polares?

   Las coordenadas polares son un sistema de coordenadas bidimensional compuesta por un origen y un eje de referencia. Cada punto del plano se determina por una distancia al origen del sistema y un ángulo al eje de referencia del sistema.

4. ¿Qué es un sistema de coordenadas cilíndricas?

   Las coordenadas cilíndricas son un sistema de coordenadas tridimensionales compuestas por coordenadas polares (2 dimensiones) y un eje perpendicular al plano de las coordenadas polares (z). La posición de un punto del espacio de determina mediante 3 valores:

   1) Los 2 valores del punto en coordenadas polares
   2) La distancia en la dirección del eje perpendicular de referencia (z).

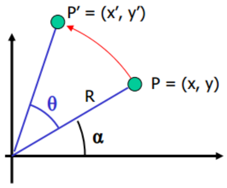
   El sistema de coordenadas cilíndricas es muy conveniente en aquellos casos en que se tratan problemas que tienen simetría de tipo cilíndrico o azimutal. Se trata de una versión en tres dimensiones de las coordenadas polares de la geometría analítica plana.

5. ¿Qué es un sistema de coordenadas esféricas?

   El sistema de coordenadas esféricas se utiliza para determinar la posición espacial de un punto mediante una distancia y dos ángulos.

   En consecuencia, un punto P queda representado por un conjunto de tres magnitudes: el radio r, el ángulo polar o colatitud φ y el azimut θ.

6,7,8,9 Dado un punto P(x,y) encuentre la formula y la matriz de rotación para obtener P´(x´,y´)



X = R cos(α)
Y = R sin (α)

X´ = R cos(α+θ)
Y´ = R sin(α+θ)

cos (α+θ) = cos(α).cos(θ) – sin(α).sin(θ)
sin (α+θ) = sin(α).cos(θ) + cos(α).sin(θ)

⇨ X´ = R.(cos(α).cos(θ) – sin(α).sin(θ)) = Xcos(θ) – Y.sin(θ)
⇨ Y´ = R.(sin(α).cos(θ) + cos(α).sin(θ)) = X.sin(θ) + Ycos(θ)
⇨ Z` = Z

$$\mathbf{T}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

10. ¿Que son las coordenadas homogéneas?

Las coordenadas homogéneas son un instrumento usado para describir un punto en el espacio proyectivo. Fueron introducidas por el matemático alemán August Ferdinand Möbius en el año 1837.

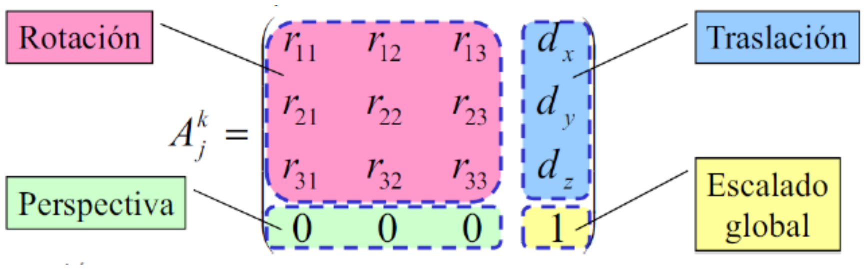
La representación mediante coordenadas homogéneas de la localización de sólidos en un espacio dimensional se realiza a través de coordenadas de un espacio (n+1)-dimensional. Es decir, un espacio n-dimensional se encuentra representado en coordenadas homogéneas por (n+1) dimensiones, de tal forma que un vector p(x,y,z) vendrá representado por p(wx,wy,z,w), donde w tiene un valor arbitrario y representan un factor de escala.

La representación de un punto en coordenadas homogéneas permite operaciones matriciales de transformadas homogéneas de rotación, translación.

11. ¿para qué sirven las coordenadas homogéneas?

Para tratar todas las transformaciones geométricas (rotación, desplazamiento y escalado) como una multiplicación de matrices.

12,13,14. Escriba la Matriz General de Transformaciones Homogéneas



15, 16, 17.- Calcule la posición final del punto P1[10,10,10] que es desplazado de un vector V[5,10,15] y luego es girado de -90º alrededor del eje OX. Utilice la matriz de rotación y translación homogéneas
Dada las matrices de rotación y translación siguientes:

$$\mathbf{T}_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DESPLAZAMIENTO							R : 2
1.000	0	0	5.000		10.000		15.000
0	1.000	0	10.000	*	10.000	=	20.000
0	0	1.000	15.000		10.000		25.000
0	0	0	1.000		1.000		1.000

ROTACION X (-90.000)					R : 2		R : 5
1.000	0	0	0		15.000		15.000
0	0	1.000	0	*	20.000	=	25.000
0	-1.000	0	0		25.000		-20.000
0	0	0	1.000		1.000		1.000

18, 19, 20.- Calcule la posición final del punto P(10,10,10] que es girado de -90º alrededor del eje OX y luego es desplazado de un vector V[5,10,15]. Utilice la matriz de rotación y translación homogéneas

Dada las matrices de rotación y translación siguientes:

$$\mathbf{T}_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c}\text{ROTACION X (-90.000)}\\ \begin{bmatrix} 1.000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & -1.000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 \end{bmatrix}\end{array} * \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ 10.000 \\ 1.000 \end{bmatrix} = \begin{array}{c}\text{R : 2}\\ \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ -10.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}\end{array}$$

$$\begin{array}{c}\text{DESPLAZAMIENTO}\\ \begin{bmatrix} 1.000 & 0 & 0 & 5.000 \\ 0 & 1.000 & 0 & 10.000 \\ 0 & 0 & 1.000 & 15.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 \end{bmatrix}\end{array} * \begin{array}{c}\text{R : 2}\\ \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ -10.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}\end{array} = \begin{array}{c}\text{R : 5}\\ \begin{bmatrix} 15.000 \\ 20.000 \\ 5.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}\end{array}$$

También

$$\begin{array}{c}\text{ROTACION X (-90.000)}\\ \begin{bmatrix} 1.000 & 0 & 0 & 5.000 \\ 0 & 0 & 1.000 & 10.000 \\ 0 & -1.000 & 0 & 15.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 \end{bmatrix}\end{array} * \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ 10.000 \\ 1.000 \end{bmatrix} = \begin{array}{c}\text{R : 6}\\ \begin{bmatrix} 15.000 \\ 20.000 \\ 5.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}\end{array}$$